Τα καλύτερα Φροντιστήρια της πόλης

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1. Σχολικό Βιβλίο σελ. 31

Α2. **α)** Σχολικό Βιβλίο σελ. 65

β) Σχολικό Βιβλίο σελ. 87

Α3. **α.** ΛΑΘΟΣ

β. ΛΑΘΟΣ

γ. ΣΩΣΤΟ

δ. ΣΩΣΤΟ

ΘΕΜΑ Β

Β1) f παραγωγίσιμη στο R ως πολυωνυμική με: $f'(x) = x^2 - 6x + 5$

Β2) $f'(x) = 0 => x^2 - 6x + 5 = 0 => x_1 = 1, x_2 = 5$

$f'(x) > 0 => x^2 - 6x + 5 > 0 => x \in (-\infty, 1)U(5, +\infty)$

$f'(x) < 0 => x^2 - 6x + 5 < 0 => x \in (1.,5)$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[5, +\infty)$

Και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [1,5].

Παρουσιάζει ολικό μέγιστο για $x = 1$ ίσο με το $f(1) = \frac{8}{3}$

Και ολικό ελάχιστο για $x = 5$ ίσο με το $f(5) = -8$

Β3) Έστω (ε) $y = \lambda x + \beta$ η εφαπτόμενη της Cf στο σημείο της με τετμημένη $x = 0$.

$f(0) = \frac{1}{3}$, άρα έχουμε το Α$(0,\frac{1}{3})$ ως σημείο επαφής.

$\lambda = f'(0) = 5 => y = 5x + \beta$

$A\left(0, \frac{1}{3}\right) \in (\varepsilon) => \beta = \frac{1}{3} => y = 5x + \frac{1}{3}$ η ζητούμενη ευθεία.

Β4) $\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} = f'(-1) = 12$ από τον ορισμό του ορίου της παραγώγου.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1

Η διακρίνουσα του τριωνύμου x^2+6x-7 είναι $\Delta = 6^2 - 4\cdot 1\cdot(-7) = 64$ και έχει ρίζες τις

$x_1 = \frac{-6+8}{2} = 1$ και $x_2 = \frac{-6-8}{2} = -7$

Άρα $s = \lim_{x\to 1}\frac{(x+7)(x-1)}{2(x-1)} = \lim_{x\to 1}\frac{x+7}{2} = 4$

Γ2

Είναι $CV = 0.2 \Leftrightarrow \frac{s}{\overline{x}} = 0.2 \Leftrightarrow \overline{x} = 20.$

Γ3

Είναι $\overline{x} = 20 \Leftrightarrow \frac{22+18+20+k+14+16}{5} = 20 \Leftrightarrow \frac{90+k}{5} = 20 \Leftrightarrow k = 10$

Τα δεδομένα είναι 22,18,30,14,16 και σε αύξουσα σειρά γράφονται 14,16,18,22,30.

Έχουμε περιττό πλήθος δεδομένων άρα η διάμεσος είναι το μεσαίο, δηλαδή $\delta = 18$.

Γ4

Οι νέες τιμές της θερμοκρασίας $y_i = 1{,}1x_i$

Οπότε, οι νέες τιμές είναι $\overline{y} = 1.1\cdot\overline{x}$ και $s_y = 1.1\cdot s$ και τελικά

$$CV' = \frac{1.1s}{1.1\overline{x}} = CV = 0.2 = 20\%$$

ΘΕΜΑ Δ

(ΟΑ) = x, (ΟΒ) = y και (ΑΒ) = 10

Δ1. Για 0 < x < 10 εφαρμόζω Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΟΑΒ και έχω

$$(\mathrm{AB})^2 = (\mathrm{OA})^2 + (\mathrm{OB})^2$$
$$\Leftrightarrow 100 = x^2 + y^2$$
$$\Leftrightarrow y^2 = 100 - x^2$$

Επειδή 0 < x < 10 $0 < x < 10$ τότε $y = \sqrt{100 - x^2}$

Επομένως $f(x) = \sqrt{100 - x^2}$, $0 < x < 10$ άρα Α=(0,10)

Δ2. Ισχύει ότι

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{100 - x^2}} \cdot \left(100 - x^2\right)' = \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{100 - x^2}}$$

Επομένως

$$f'(8) = -\frac{8}{\sqrt{36}} = -\frac{4}{3}$$

Δ3.

$$\lim_{x \to 6} \frac{\sqrt{100 - x^2} - 8}{x - 6} = \lim_{x \to 6} \frac{100 - x^2 - 64}{(x-6)\left(\sqrt{100 - x^2} + 8\right)} = \lim_{x \to 6} \frac{(6-x)(6+x)}{-(6-x)\left(\sqrt{100 - x^2} + 8\right)} =$$
$$= \lim_{x \to 6} \frac{6 + x}{-\left(\sqrt{100 - x^2} + 8\right)} = \frac{12}{-16} = -\frac{3}{4}$$

Δ4.

Για $0 < x < 10$ η $f'(x) = \dfrac{-x}{\sqrt{100 - x^2}} < 0$ επομένως η f είναι γνησίως φθίνουσα στο (0,10).

Επίσης $x_1, x_2, x_3 \in (0,10)$ με $x_1 < x_3 < x_2$

Επομένως $f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$.

Επιμέλεια:

Πασχάλης Νίκας, Καραμπετάκη Δομνίκη, Σκουλάξενος Βαγγέλης, Νικηφόρος Μανώλης, Φορτούνη Μαρία-Ανδριάννα, Ελευθεράκης Παναγιώτης, Ανυφαντάκη Μαρίνα, Στάκα Ευαγγελία, Χασαλεύρης Θάνος

και τα κέντρα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ: Πειραιάς, Καβάλα, Διαδικτυακό, Μοσχάτο, Ηράκλειο Κρήτης, Κατερίνη, Περιστέρι Κέντρο